中五數學練習卷：二次方程、指數對數、數列、圓形性質、概率統計與多項式

中五　中五數學　｜　時限：60 分鐘　｜　總分：100 分　｜　共 24 題

第一部分：二次方程（16 分）

本部分共四題，須寫出所用公式或定理，並展示解題步驟。

1. 解方程 $x^2 - 5x + 6 = 0$，並寫出判別式的值。

答案：判別式 $\Delta = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4 \times 1 \times 6 = 25 - 24 = 1$，因 Δ 為正數，故有兩個相異實根。由求根公式 $x = (5 \pm \sqrt{1}) / 2$，得 $x = 3$ 或 $x = 2$。驗算：將 $x = 3$ 代入，得 $9 - 15 + 6 = 0$。

2. 求 k 的值，使方程 $2x^2 + kx + 8 = 0$ 有重根。

答案：重根的條件為判別式等於零，即 $k^2 - 4 \times 2 \times 8 = 0$，故 $k^2 = 64$。因此 $k = 8$ 或 $k = -8$，兩個值都令方程有重根。

3. 設 α、β 為方程 $3x^2 - 7x - 2 = 0$ 的兩個根，求 $\alpha + \beta$ 與 $\alpha\beta$。

答案：由根與係數的公式，$\alpha + \beta = -b / a = 7/3$，$\alpha\beta = c / a = -2/3$。兩者都可用求根公式核對：根為 $(7 \pm \sqrt{73}) / 6$，相加得 $7/3$。

4. 求一個以 3 與 -5 為根、且 x^2 係數為 1 的二次方程。

答案：根之和 $= 3 + (-5) = -2$，根的積 $= 3 \times (-5) = -15$。方程為 $x^2 -$（根之和）$x +$（根的積）$= 0$，即 $x^2 + 2x - 15 = 0$。

第二部分：指數與對數（16 分）

本部分共四題，對數一律以 10 為底時會註明；答案取三位有效數字。

5. 求 $\log_2 \ 32$ 與 $\log_3 \ (1/9)$ 的值。

答案：因 2 的 5 次方等於 32，故 $\log_2 \ 32 = 5$。因 3 的 -2 次方等於 $1/9$，故 $\log_3 \ (1/9) = -2$。

6. 解方程 $2^{(x+1)} = 32$。

答案：兩邊取以 2 為底的對數，得 $x + 1 = \log_2 \ 32 = 5$，故 $x = 4$。驗算：2 的 5 次方等於 32，符合原方程。

7. 解方程 $3^{(2x)} = 27$。

答案：因 $27 = 3$ 的 3 次方，故 $2x = 3$，即 $x = 1.5$。驗算：$2 \times 1.5 = 3$，代回指數成立。

8. 化簡 $\log 8 + \log 125$，並寫出所用對數律。

答案：用對數相加律 $\log m + \log n = \log (mn)$，得 $\log 8 + \log 125 = \log 1000 = 3$。因 10 的 3 次方等於 1000，故結果為 3。

第三部分：數列（18 分）

本部分共四題，等差數列與等比數列均須寫出通項公式再代入。

9. 等差數列首項為 7、公差為 4，求第 10 項。

答案：通項 $T(n) = a + (n-1)d = 7 + (10-1) \times 4 = 43$。

10. 求該等差數列首 15 項之和。

答案：用 $S(n) = n/2 \times [2a + (n-1)d]$，得 $S(15) = 15/2 \times [14 + 14 \times 4] = 525$。亦可先求末項 $7 + 14 \times 4 = 63$，再用 $15 \times (7 + 63) / 2 = 525$ 核對。

11. 等比數列首項為 3、公比為 2，求第 8 項與首 10 項之和。

答案：第 8 項 $= 3 \times 2^{7} = 384$。首 10 項之和 $= 3 \times (2^{10} - 1) / (2 - 1) = 3069$。

12. 等比數列首項為 24、公比為 0.6，求無限項之和。

答案：因 $|0.6| < 1$，無限項之和 $S = a / (1 - r) = 24 / 0.4 = 60$。

第四部分：圓形性質（16 分）

本部分共四題，須畫出或描述所用定理，並寫出計算步驟。

13. 圓的半徑為 13 cm，一條弦與圓心的距離為 5 cm，求該弦的長度。

答案：由圓心向弦作垂線，垂足平分該弦。設半弦長為 h，由畢氏定理 $h^2 = 13^2 - 5^2 = 144$，故 $h = 12$ cm。弦長 $= 2 \times 12 = 24$ cm。

14. 圓的半徑為 8 cm，外部點 P 與圓心相距 17 cm，求由 P 引出的切線長度。

答案：切線與半徑互相垂直，故由畢氏定理切線長 $= \sqrt{(17^2 - 8^2)} = \sqrt{225} = 15$ cm。

15. 同一段弧所對的圓周角為 35°，求該弧所對的圓心角。

答案：圓心角等於同弧所對圓周角的兩倍，故圓心角 $= 2 \times 35° = 70°$。

16. 直徑所對的圓周角是多少度？寫出所用定理並簡略說明理由。

答案：直徑所對的圓周角為 90°，即半圓上的圓周角。理由：圓心角為 180°（直線），而同弧所對圓心角為圓周角的兩倍，故圓周角為 $180° / 2 = 90°$。

第五部分：概率與統計（18 分）

本部分共四題，概率以最簡分數表示，統計量取三位有效數字。

17. 袋中有 5 個紅球與 3 個藍球，隨機抽出 2 個（不放回），求兩個皆為紅球的概率。

答案：第一次抽到紅球的概率為 5/8，第二次在餘下 4 紅 3 藍中抽到紅球為 4/7，故概率 $= 5/8 \times 4/7 = 5/14$。

18. 承上題，求至少抽到一個藍球的概率。

答案：用對立事件：至少一個藍球的概率 $= 1 - P(\text{兩個皆紅}) = 1 - 5/14 = 9/14$。

19. 數據 4、7、7、9、13，求平均數、中位數與方差（以整組數據計算）。

答案：平均數 $= (4 + 7 + 7 + 9 + 13) / 5 = 8$。數據已排序，中位數為第三個值 7。方差 $= [(4-8)^2 + (7-8)^2 + (7-8)^2 + (9-8)^2 + (13-8)^2] / 5 = 44/5 = 8.8$。

20. 求該組數據的標準差及 13 的標準分（z 分），取三位有效數字。

答案：標準差 = $\sqrt{8.8} = 2.966$（三位有效數字取 2.97）。標準分 $z = (13 - 8) / 2.9665 = 1.685$（取 1.69），表示 13 高於平均數約 1.69 個標準差。

第六部分：多項式（16 分）

本部分共四題，設 $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 11x + 6$，須寫出代入步驟。

21. 求 $f(2)$ 與 $f(-1)$。

答案：$f(2) = 2 \times 8 - 3 \times 4 - 11 \times 2 + 6 = 16 - 12 - 22 + 6 = -12$。$f(-1) = 2 \times (-1) - 3 \times 1 + 11 + 6 = -2 - 3 + 11 + 6 = 12$。

22. 用餘式定理求 $f(x)$ 除以 $(x - 3)$ 的餘數。

答案：餘數為 $f(3) = 2 \times 27 - 3 \times 9 - 11 \times 3 + 6 = 54 - 27 - 33 + 6 = 0$。餘數為零，表示 $(x - 3)$ 整除 $f(x)$。

23. 將 $f(x)$ 因式分解為三個一次因式。

答案：由上一題知 $(x - 3)$ 為因式，長除得 $f(x) = (x - 3)(2x^2 + 3x - 2)$。再分解 $2x^2 + 3x - 2 = (2x - 1)(x + 2)$，故 $f(x) = (x - 3)(2x - 1)(x + 2)$。

24. 解方程 $f(x) = 0$。

答案：由因式分解，三個因式分別為零：$x - 3 = 0$ 得 $x = 3$；$2x - 1 = 0$ 得 $x = 0.5$；$x + 2 = 0$ 得 $x = -2$。故解為 $x = 3$、$x = 0.5$、$x = -2$。

TutorZone 中五中五數學練習卷｜題目與文章為原創，並非任何學校或出版社的教材。