中五數學練習卷：指數對數、數列、二次方程、概率與統計

中五　數學　｜　時限：75 分鐘　｜　總分：100 分　｜　共 24 題

第 1 題 指數與對數（18 分）

本題所有答案須顯示步驟，取近似值者準確至三位有效數字。

1. (a) 化簡 (2^3 × 2^-5) ÷ 2^-4。

答案：答案：指數相加得 2^(3 − 5 + 4) = 2^2 = 4。

2. (b) 解方程 log₂ x + log₂ (x − 2) = 3。

答案：答案：合併得 log₂ [x(x − 2)] = 3，即 x(x − 2) = 8，化為 x² − 2x − 8 = 0，得 x = 4 或 x = −2；因真數須為正，故 x = 4。

3. (c) 解方程 3^(2x) − 10 × 3^x + 9 = 0。

答案：答案：令 y = 3^x，得 y² − 10y + 9 = 0，故 y = 1 或 y = 9，即 3^x = 1 或 3^x = 9，所以 x = 0 或 x = 2。

4. (d) 用換底公式求 log₄ 8 的值。

答案：答案：log₄ 8 = log 8 ÷ log 4 = 1.5。

第 2 題 等比數列（17 分）

某等比數列的首項為 5，公比為 3。

5. (a) 求該數列的第 6 項。

答案：答案：T₆ = ar⁵ = 5 × 3^5 = 1215。

6. (b) 求首 6 項之和。

答案：答案：S₆ = a(r⁶ − 1)/(r − 1) = 5 × 728 ÷ 2 = 1820。

7. (c) 若另一等比數列首項為 5、公比為 1/3，求其無限項之和。

答案：答案：因 |r| 小於 1，S∞ = a/(1 − r) = 5 ÷ (2/3) = 7.5。

8. (d) 判斷 405 是否為本題數列的項，若是，指出是第幾項。

答案：答案：解 5 × 3^n = 405，得 3^n = 81，n = 4，所以 405 是第 5 項。

第 3 題 二次方程與二次函數（16 分）

各小題獨立作答。

9. (a) 若方程 x² + kx + 9 = 0 有重根，求 k 的正值。

答案：答案：判別式 k² − 36 = 0，得 k = ±6，取正值 k = 6。

10. (b) 解方程 2x² − 7x + 3 = 0。

答案：答案：判別式 = 49 − 24 = 25，x = (7 ± 5) ÷ 4，得 x = 3 或 x = 0.5。

11. (c) 求 $y = x^2 - 6x + 5$ 的頂點坐標及對稱軸。

答案：答案：配方得 $y = (x - 3)^2 - 4$，頂點為 $(3, -4)$，對稱軸為 $x = 3$。

12. (d) 兩數之和為 14、之積為 45，求該兩數。

答案：答案：兩數為 $t^2 - 14t + 45 = 0$ 的根，判別式 $= 16$，故兩數為 9 和 5。

第 4 題 概率（17 分）

袋中有 4 個紅球、3 個藍球及 5 個綠球，共 12 個球，除顏色外完全相同。

13. (a) 隨機抽出一個球，求抽出紅球的概率。

答案：答案：$P = 4/12 = 1/3 \approx 0.3333$。

14. (b) 不放回接連抽出兩個球，求兩個都是紅球的概率。

答案：答案：$P = (4/12) \times (3/11) = 1/11 \approx 0.0909$。

15. (c) 不放回抽出兩個球，求至少有一個綠球的概率。

答案：答案：$P(\text{沒有綠球}) = (7/12) \times (6/11)$，故 $P(\text{至少一個綠球}) = 1 - 42/132 = 15/22 \approx 0.6818$。

16. (d) 已知第一個抽出的球是紅球，求第二個是藍球的概率。

答案：答案：袋中餘 11 個球，其中 3 個藍球，$P = 3/11 \approx 0.2727$。

第 5 題 統計（16 分）

五名學生的測驗分數為 4、7、7、9 及 13。

17. (a) 求平均數。

答案：答案：總和 $= 40$，平均數 $= 40 \div 5 = 8$。

18. (b) 求中位數。

答案：答案：由小至大排列後中間的數為 7。

19. (c) 求標準差，準確至三位有效數字。

答案：答案：離差平方和 $= 44$，方差 $= 44 \div 5 = 8.8$，標準差 $= 2.9665$。

20. (d) 若每名學生的分數都增加 3 分，寫出新平均數及新標準差。

答案：答案：新平均數 $= 11$，標準差不受整體平移影響，仍為 2.9665。

第 6 題 等差數列與儲蓄計劃（16 分）

志明第一個月存入 $500，之後每個月都比上一月多存 $80。

21. (a) 求第 12 個月的存款額。

答案：答案：$T_{12} = 500 + 11 \times 80 = \$1380$。

22. (b) 求首 12 個月的存款總額。

答案：答案：$S_{12} = 12 \times (500 + 1380) \div 2 = \$11280$。

23. (c) 若他要累積 $20000，求最少需要多少個月。

答案：答案：$S_n = n(2 \times 500 + (n-1) \times 80) \div 2$；n = 17 時為 $19380，n = 18 時為 $21240，故最少 18 個月。

24. (d) 說明為何等差數列模型不適合預測十年後的存款。

答案：答案：模型假設每月增幅永久固定，實際收入與開支會變動，長期推算會高估或低估，故不宜作長期預測。

TutorZone 中五數學練習卷｜題目與文章為原創，並非任何學校或出版社的教材。