中六設計與應用科技練習卷

中六　設計與應用科技　｜　時限：75 分鐘　｜　總分：100 分　｜　共 24 題

第一題：簡支樑反力、彎曲應力與截面設計（20 分）

一條跨度 6 m 的簡支樑，中央承受 12 kN 集中載荷。樑的截面為矩形，闊 100 mm、高 200 mm；材料極限彎曲應力 180 MPa，設計安全係數取 3。

1. 求兩端支座反力。

答案：對稱簡支樑，兩端反力相同：$R = 12 \div 2 = 6$ kN（每端）。

2. 求樑中央的最大彎矩（kN m）。

答案：最大彎矩在中央：$M = P L \div 4 = 12 \times 6 \div 4 = 18$ kN m。

3. 求矩形截面的截面模數（mm³）及中央最大彎曲應力（MPa），並判斷是否合乎容許應力。

答案：截面模數 $Z = b h^2 \div 6 = 100 \times 200^2 \div 6 = 666\,667$ mm³。彎曲應力 $\sigma = M \div Z = 18 \times 10^6$ N mm $\div$ 666 667 mm³ = 27.0 MPa。容許應力 = 180 ÷ 3 = 60 MPa，27.0 MPa < 60 MPa，實際安全係數 6.67，合乎要求。

4. 若中央載荷增至 30 kN，求最大彎曲應力，並計算在容許應力下所需的最小樑高（闊度不變）。

答案：$M = 30 \times 6 \div 4 = 45$ kN m，$\sigma = 45 \times 10^6 \div 666\,667 = 67.5$ MPa > 60 MPa，不安全。所需 $Z = 45 \times 10^6 \div 60 = 750\,000$ mm³，$h^2 = 6 Z \div b = 4\,500\,000 \div 100 = 45\,000$，$h = 212$ mm（取 215 mm 標準料）。

第二題：兩級齒輪傳動比、轉速與扭矩（16 分）

一部電動機轉速 1 440 r/min、輸出功率 1.5 kW，經兩級齒輪減速：第一級主動輪 20 齒、從動輪 60 齒；第二級主動輪 20 齒、從動輪 80 齒。每級效率 95%，總效率約 90%。

5. 求兩級的速比及總速比。

答案：第一級 $i_1 = 60 \div 20 = 3$；第二級 $i_2 = 80 \div 20 = 4$；總速比 $i = 3 \times 4 = 12$。

6. 求第一級輸出軸及最終輸出軸的轉速。

答案：中間軸 $n_2 = 1\,440 \div 3 = 480$ r/min；輸出軸 $n = 1\,440 \div 12 = 120$ r/min。

7. 求電動機的輸出扭矩（N m）。

答案：$\omega = 2 \pi n \div 60 = 2 \pi \times 1\,440 \div 60 = 150.8$ rad/s；$T = P \div \omega = 1\,500 \div 150.8 = 9.95$ N m。

8. 求最終輸出軸的扭矩及輸出功率（計入效率）。

答案：$T_{out} = 9.95 \times 12 \times 0.90 = 107.4$ N m；$P_{out} = 1\,500 \times 0.90 = 1\,350$ W。（輸出轉速低而扭矩大，符合減速增扭原理。）

第三題：材料拉伸試驗、抗拉強度與楊氏模數（16 分）

一直徑 10 mm、標距 50 mm 的圓柱形金屬試片進行拉伸試驗：斷裂載荷 25 kN；在彈性範圍內載荷 12 kN 時，標距伸長 0.045 mm。

9. 求試片的橫截面積（mm²）。

答案：$A = \pi d^2 \div 4 = \pi \times 10^2 \div 4 = 78.5\ \text{mm}^2$。

10. 求材料的抗拉強度（MPa）。

答案：抗拉強度 $= 25\,000\ \text{N} \div 78.5\ \text{mm}^2 = 318\ \text{MPa}$。

11. 求 12 kN 時的工程應力（MPa）與應變。

答案：應力 $\sigma = 12\,000 \div 78.5 = 153\ \text{MPa}$；應變 $\varepsilon = 0.045 \div 50 = 9.0 \times 10^{-4}$。

12. 求該材料的楊氏模數（GPa），並說明其意義。

答案：$E = \sigma \div \varepsilon = 153 \times 10^6 \div 9.0 \times 10^{-4} = 1.70 \times 10^{11}\ \text{Pa} = 170\ \text{GPa}$。楊氏模數表示材料在彈性範圍內的剛度，數值越大，在相同應力下變形越小。

第四題：串聯分壓電路與功耗（16 分）

一個 12 V 直流電源串聯 $R_1 = 220\ \Omega$ 與 $R_2 = 470\ \Omega$ 組成電路，另可選擇在電路中串入一粒正向壓降 2.0 V 的 LED。

13. 求電路總電阻。

答案：串聯電阻相加：$R = 220 + 470 = 690\ \Omega$。

14. 求電路電流（mA）。

答案：$I = V \div R = 12 \div 690 = 0.0174\ \text{A} = 17.4\ \text{mA}$。

15. 求 R_2 兩端的電壓（V）。

答案：$V_2 = I R_2 = 0.01739 \times 470 = 8.17\ \text{V}$（分壓比 $470 \div 690$）。

16. 求未接 LED 時電阻總功耗；若串入 LED，求新電流及電阻總功耗。

答案：未接 LED：$P = V I = 12 \times 0.01739 = 0.209\ \text{W}$。串入 LED：$I = (12 - 2.0) \div 690 = 0.01449\ \text{A} = 14.5\ \text{mA}$；$P = I^2 R = 0.01449^2 \times 690 = 0.145\ \text{W}$。

第五題：產品成本、邊際貢獻與損益平衡（16 分）

一款產品每月的固定成本為 HK$180 000，單位變動成本 HK$45，售價 HK$75，每月產能上限 8 000 件。

17. 求單位邊際貢獻及損益平衡產量。

答案：邊際貢獻 $= 75 - 45 = \text{HK\$30}$；損益平衡產量 $= 180\,000 \div 30 = 6\,000$ 件。

18. 若要每月賺取 HK$60 000 利潤，需生產及售出多少件？是否可行？

答案：$Q = (180\,000 + 60\,000) \div 30 = 8\,000$ 件，剛好用盡產能，可行但無餘量。

19. 若售價下調至 HK$70，求新的損益平衡產量。

答案：新邊際貢獻 $= 70 - 45 = \text{HK\$25}$；損益平衡 $= 180\,000 \div 25 = 7\,200$ 件（較原來多 1 200 件）。

20. 在售價 HK$70、產能 8 000 件的情況下，求最高利潤及安全邊際（以產能計）。

答案：最高利潤 = 25 × 8 000 − 180 000 = HK$20 000；安全邊際 = (8 000 − 7 200) ÷ 8 000 = 10%。（售價 HK$75 時安全邊際為 (8 000 − 6 000) ÷ 8 000 = 25%。）

第六題：曲柄滑塊機構與生產節拍（16 分）

一個曲柄滑塊機構的曲柄半徑 50 mm、連桿長 200 mm，曲柄以 300 r/min 等速轉動，滑塊每完成一次往復行程推送一個工件。

21. 求曲柄的角速度（rad/s）。

答案：$\omega = 2\pi n \div 60 = 2\pi \times 300 \div 60 = 31.4$ rad/s。

22. 求曲柄銷的線速度（m/s）及滑塊行程（mm）。

答案：$v = \omega r = 31.42 \times 0.05 = 1.57$ m/s；行程 $= 2r = 100$ mm。

23. 用近似式 $v = \omega r (1 + r \div 2L)$ 求滑塊最大速度（m/s）。

答案：$r \div L = 0.25$，$v_{max} = 1.571 \times (1 + 0.125) = 1.77$ m/s。

24. 求滑塊最大加速度（m/s²，用 $a = \omega^2 r (1 + r \div L)$）及每小時推送件數。

答案：$a_{max} = 31.42^2 \times 0.05 \times 1.25 = 61.7$ m/s²；每秒轉速 = 300 ÷ 60 = 5 件，每小時 = 5 × 3 600 = 18 000 件。

TutorZone 中六設計與應用科技練習卷｜題目與文章為原創，並非任何學校或出版社的教材。