中六数学（延伸部分单元二 M2）练习卷（第一份）｜归纳法、二项式、三角、微积分与向量

练习卷 · 高中数学（延伸部分单元二）

中六数学（延伸部分单元二 M2）练习卷（第一份），适合校内考试及 DSE 备试，涵盖数学归纳法与等差等比数列求和、二项式定理与常数项系数、三角恒等式双角公式与三角方程、极限与求导技巧、定积分与曲线间面积、矩阵行列式与向量点积叉积，每题附完整算式步骤及答案。

1. 数学归纳法与数列（16 分）

须列式，答案取整数。

#	Question
1	(a) 求 1 + 3 + 5 + … + 39 之和，并写出项数。
2	(b) 等比数列首项 3、公比 2。求第 8 项 T8 及首 8 项之和 S8。
3	(c) 等差数列首项 7、公差 5。求第 20 项及首 20 项之和。
4	(d) 以数学归纳法证明 $1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = [n(n+1)/2]^2$，并用 n = 10 验证两边相等。

2. 二项式定理（18 分）

须写出通项，系数为整数。

#	Question
5	(a) 求 (1 + 2x)^8 展开式中 x^3 的系数。
6	(b) 求 (x − 3/x)^6 展开式中的常数项。
7	(c) 求 (2 + x)^10 展开式中 x^7 的系数。
8	(d) 求 (2 + x)^10 展开式所有系数之和，并说明所用方法。

3. 三角恒等式与方程（16 分）

θ 为锐角；方程答案以度为单位。

#	Question
9	(a) 已知 $\sin\theta = 3/5$ 且 θ 为锐角，求 $\cos\theta$ 及 $\tan\theta$。
10	(b) 用 (a) 的资料求 $\sin 2\theta$ 及 $\cos 2\theta$ 的值。
11	(c) 解方程 $2\sin^2 x - \sin x - 1 = 0$，其中 $0^\circ \leqslant x \leqslant 360^\circ$。
12	(d) 已知 tan A = 1/2、tan B = 1/3，求 tan(A + B) 及其对应的锐角。

4. 极限与求导（18 分）

须列步骤；数值取三位小数。

#	Question
13	(a) 求 lim (x→3) (x² − 9)/(x − 3)。
14	(b) 设 y = x³e^(2x)。求 dy/dx，并求 x = 1 时的斜率。
15	(c) 设 y = ln(x² + 1)。求 dy/dx，并求 x = 2 时的斜率。
16	(d) 曲线 y = x³ − 3x² + 2。求所有驻点，并用二阶导数判断其性质。

5. 定积分与面积（16 分）

须写出原函数，面积取三位小数。

#	Question
17	(a) 求 $\int_0^2 (3x^2 + 2x)\,dx$。
18	(b) 求 $\int_1^{e} (1/x)\,dx$。
19	(c) 求 $\int_0^1 x\,e^x\,dx$。
20	(d) 求由 y = 2x 与 y = x² 所围区域的面积。

6. 矩阵、行列式与向量（16 分）

向量以分量作答，角度取一位小数。

#	Question
21	(a) 设 A = [[2, 1], [3, 4]]。求 det A 及 A^{-1}。
22	(b) 设 B = [[1, 2], [2, 1]]。求 det B，并判断 B 是否可逆。
23	(c) 设 a = (2, −1, 3)、b = (1, 4, −2)。求 a·b 及两向量夹角。
24	(d) 用 (c) 的 a、b 求 a × b。