中六數學延伸部分單元二練習卷：二項式定理與數學歸納法、複數與三角學、極限與求導、求導的應用、積分及其應用、矩陣與向量

中六　數學（延伸部分單元二）　｜　時限：75 分鐘　｜　總分：100 分　｜　共 24 題

甲部 二項式定理與數學歸納法（16 分）

不須展開全部項，只須寫出答案。

1. 展開 (1+2x)^6，求 x^3 項的係數。

答案：答案：160（$C(6,3)\times 2^3 = 20\times 8$）。

2. 求 (x−3)^5 展開式中 x^2 項的係數。

答案：答案：-270（通項 r=3，$C(5,3)\times(-3)^3$）。

3. 用數學歸納法證明 $1+3+5+\cdots+(2n-1)=n^2$；由 n=k 推到 n=k+1 時，須加上哪一個奇數？

答案：答案：2k+1，即第 k+1 個奇數。

4. 求 Σ（r 由 0 至 6）C(6,r) 的值。

答案：答案：64（$= 2^6$）。

乙部 複數與三角學（16 分）

化簡至最簡形式，分數須為準確值。

5. 化簡 (3+2i)(1−4i)，答案寫成 a+bi 的形式。

答案：答案：11-10i。

6. 求 |3+4i|。

答案：答案：5。

7. 若 sinθ=3/5 且 θ 在第二象限，求 cosθ 的準確值。

答案：答案：-4/5（第二象限餘弦為負）。

8. 已知 sinA=3/5、cosB=5/13，A 與 B 均為銳角，求 cos(A+B) 的準確值。

答案：答案：-16/65（cosA=4/5、sinB=12/13）。

丙部 極限與求導（16 分）

求極限或導數，須寫出主要步驟。

9. 求 lim（x→2）$(x^2-4)/(x-2)$。

答案：答案：4（約去 x−2 後為 x+2）。

10. 求 lim（x→0）sin3x/x。

答案：答案：3（$= 3\times \lim \sin 3x/3x$）。

11. 求 d/dx (x³ ln x)。

答案：答案：3x² ln x + x²（乘積法則）。

12. 求 d/dx (2x+1)^5。

答案：答案：10(2x+1)^4（鏈式法則）。

丁部 求導的應用（16 分）

答案須寫出坐標或準確數值。

13. 曲線 y=x³−3x 在 x=2 處的切線斜率是多少？

答案：答案：9（dy/dx=3x²−3）。

14. 求曲線 y=x⁴ −8x² 所有駐點的 x 坐標。

答案：答案：x=-2、0、2（由 4x³−16x=0）。

15. 求 f(x)=x³−6x²+9x 的極大值與極小值。

答案：答案：極大值 4（x=1），極小值 0（x=3）。

16. 求曲線 y=x³−3x²+2x 的拐點的 x 坐標。

答案：答案：x=1（y″=6x−6=0）。

戊部 積分及其應用（16 分）

不定積分須加常數 C，面積與體積須為準確值。

17. 計算 ∫₀¹ 3x² dx。

答案：答案：1（[x³]₀¹）。

18. 求 ∫ x cos x dx。

答案：答案：x sin x + cos x + C（分部積分）。

19. 求曲線 y=x² 與直線 y=x 在 0≤x≤1 所圍成的區域面積。

答案：答案：1/6（∫(x−x²)dx）。

20. 把 y=x（0≤x≤2）繞 x 軸旋轉一周，求所成旋轉體的體積。

答案：答案：8π/3（π∫x²dx）。

己部 矩陣與向量（20 分）

須寫出完整答案，向量用分量表示。

21. 解聯立方程 2x+y=7、x−y=2。

答案：答案：x=3，y=1。

22. 求矩陣 A=[[2,1],[5,3]] 的逆矩陣。

答案：答案：[[3,−1],[−5,2]]（行列式 = 1）。

23. 已知 $\mathbf{a}=(1,2,2)$、$\mathbf{b}=(2,-1,2)$，求 $\mathbf{a}\cdot\mathbf{b}$ 及 $|\mathbf{a}|$。

答案：答案：$\mathbf{a}\cdot\mathbf{b}=4$，$|\mathbf{a}|=3$。

24. 已知 $\mathbf{a}=(1,0,0)$、$\mathbf{b}=(0,3,4)$，求 $\mathbf{a}\times\mathbf{b}$ 及 $|\mathbf{a}\times\mathbf{b}|$。

答案：答案：$(0,-4,3)$，$|\mathbf{a}\times\mathbf{b}|=5$（兩向量垂直，模長相乘）。

TutorZone 中六數學（延伸部分單元二）練習卷｜題目與文章為原創，並非任何學校或出版社的教材。